

# Escrita correta de resultados em notação científica e confecção de gráficos

<sup>1</sup>Prof. Alexandre A. C Cotta

<sup>1</sup>Departamento de Física, Universidade Federal de Lavras, C.P. 3037, 37200-000, Lavras, MG, Brasil.

18 de fevereiro de 2017

## 1 Representação do resultado final de uma medida

Todo resultado experimental sempre possui um erro associado, de forma que o resultado final a ser apresentado deve ser sempre seguido da indicação do erro da medida, desde que este seja conhecido. Há diversas formas de se calcular ou estimar o erro de uma medida. Uma breve introdução sobre a teoria de erros pode ser encontrada na apostila de laboratório usada em sala [1]. Já uma análise mais detalhada sobre o assunto pode ser encontrada em alguns livros-texto, alguns disponíveis na biblioteca da UFLA [2, 3].

Durante os cálculos para obtenção do resultado final de uma medida e de seu erro associado, os valores encontrados podem conter vários algarismos, ou até mesmo infinitos no caso de uma dízima periódica, por exemplo. No entanto, nem sempre todos os algarismos encontrados no resultado apresentam um sentido físico, somente alguns poderão ser chamados de algarismos significativos. O número de algarismos significativos de um resultado estará diretamente relacionado a precisão da medida. Quanto maior o número de algarismos significativos um resultado apresentar, maior será sua precisão, logo sua descrição correta é de grande importância. Esta precisão pode ser obtida de diversas formas, como através do cálculo de erros pelo desvio da média ou desvio padrão de uma medida, ou a partir do ajuste de gráfico com uma curva obtida experimentalmente. Uma estimativa da precisão pode ser obtida ainda a partir de uma análise indireta do instrumento de medida utilizado. Por exemplo, a medida da dimensão de um objeto feita através de uma régua com menor unidade de medida de 0,5 mm não poderia apresentar um resultado com mais de uma casa decimal (em mm).

Deve-se lembrar que o erro final de uma medida deve conter, por definição, SOMENTE um (1) algarismo significativo (não confunda número número de algarismos significativos com número de casas decimais, por exemplo, 0,0007 ainda apresenta somente 1 algarismo significativo). Isto por que, como este número já apresenta um erro, o seu primeiro algarismo já será denominado como algarismo duvidoso, e todos os restantes seriam algarismos seriam ditos aleatórios, podendo assumir quaisquer valores, não carregando nenhum sentido físico.

Uma vez conhecido o valor médio de uma medida, representado, por exemplo, pela notação  $\bar{x}$  e o erro total desta medida  $\delta x_t$ , onde  $\delta x_t = \delta x + \sigma_c$ , sendo  $\delta x$  o desvio da média e  $\sigma_c$  o erro do equipamento, o resultado final deverá ser expresso por:  $x = \bar{x} \pm \delta x_t$ . É importante lembrar que o símbolo  $\pm$  indica somente que, tudo o que está a sua direita representa o erro e o que está a sua esquerda o valor médio, indicando que o valor final obtido pode variar para  $+\delta x_t$  ou  $-\delta x_t$ , mas não indica uma operação matemática, onde o resultado final deve ser somado ou subtraído do erro.

Para se expressar o resultado final de uma medida corretamente, é importante ainda arredondar os valores quando for necessário, após definir quantos algarismos significativos este resultado deve possuir, escrever o resultado em potência de 10 também quando necessário (idealmente, tanto o valor médio e o erro devem ser escritos na mesma potência de 10), e não se esquecer de colocar a unidade de medida que representa o resultado.

Sendo assim, vamos a alguns exemplos:

**Exemplo1:** Seja o valor médio  $\bar{x} = 3,768432$  m e  $\delta x_t = 0,0348943$  m. Primeiramente, devemos olhar para o erro, uma vez que este deve possuir somente 1 algarismo significativo e nos dirá então qual é a precisão do resultado final. O erro deve ser expresso, portanto, por:  $\delta x_t = 0,03$  m. Note que não foi necessário nenhum arredondamento. Percebemos então que o resultado final deve possuir somente duas casas decimais, onde esta segunda casa decimal indica um algarismo duvidoso e todos os outros a sua direita serão algarismos aleatórios, não representado significado físico. Logo, o valor médio deve ser:  $\bar{x} = 3,77$  m. Note que neste passo, foi necessário arredondar a segunda casa decimal. Dito isso, o resultado final a ser escrito deve ser expresso como:  $x = 3,77 \pm 0,03$  m.

**Exemplo2:** Seja o valor médio  $\bar{x} = 0,000943826$  m e  $\delta x_t = 0,00000578$  m. Novamente, tratamos primeiramente o erro, que deve ser expresso por:  $\delta x_t = 0,000006$  m, onde o resultado foi arredondado. Neste ponto,

percebemos que devemos colocar o resultado em potência de 10, porém, o melhor é definir a potência de 10 de acordo com o valor médio. Assim o valor médio deve ser:  $\bar{x} = 0,000944$  m, onde novamente o valor foi arredondado e escrevendo-o em potência de 10, temos:  $\bar{x} = 9,44 \times 10^{-4}$  m. Logo, o resultado final deve ser:  $x = (9,44 \pm 0,06) \times 10^{-4}$  m.

**Exemplo3:** Seja o valor médio  $\bar{x} = 23768,9324$  m e  $\delta x_t = 63,75319$  m. O erro será:  $\delta x_t = 6 \times 10^1$  m, e o valor médio:  $\bar{x} = 2,377 \times 10^4$  m. Logo:  $x = (2,377 \pm 0,006) \times 10^4$  m.

## 2 Construção e análise de gráficos

O guia detalhado de como construir um gráfico à mão e como analisá-lo pode ser encontrado na apostila utilizada em sala [1]. Aqui alguns pontos que geram dúvidas e erros durante sua confecção e análise serão esclarecidos.

Antes de construir um gráfico, é necessário ter em mente quais dados serão usados para sua confecção e qual a lei física (equação) que rege ou relaciona estes dados. Isto é importante para que o gráfico a ser construído seja elaborado da melhor forma e o mais importante, o conjunto de pontos apresentados indiquem um sentido físico. Quais dados devem ser graficados e como será feita a escolha dos eixos depende de cada experimento e a lei física que o rege.

Inicialmente, vamos dar o exemplo do experimento que estuda o movimento retilíneo uniforme (MRU) de um objeto. Neste experimento, a lei física, ou equação, que rege o MRU pode ser expressa por:

$$x = x_0 + v_x \times t, \quad (1)$$

onde  $x$  representa o deslocamento do objeto,  $x_0$  sua posição inicial,  $v_x$  sua velocidade, que neste caso será constante e  $t$  o tempo. Durante o experimento, é coletado diferentes valores da posição  $x$  em função do tempo  $t$ , representados pela tabela 1 e o objetivo é determinar sua velocidade.

Tabela 1: Tempo gasto pelo objeto em MRU ao passar pelos 4 sensores de tempo sobre um trilho de ar, S1, S2, S3 e S4, para duas repetições realizadas.

$x(\text{mm}) \pm 0.5$	$t_1$ (s)	$t_2$ (s)	$\bar{t}$ (s)	$\delta t$ (s)	$\delta t_t$ (s)
11,0	1,231	1,236	1,233	0.002	0.003
22,0	2,542	2,547	2,544	0.002	0.003
31,0	3,603	3,607	3,605	0.002	0.003
43,0	4,972	4,978	4,975	0.003	0.004

Para construir um gráfico a partir da tabela 1, o primeiro passo a se fazer é decidir o que cada eixo do gráfico irá representar, o que deve ser feito a partir de uma inspeção da equação 1. Note que esta equação é muito similar a equação de uma reta do tipo:

$$y = ax + b, \quad (2)$$

com variáveis  $y$  em função de  $x$  e coeficientes angular  $a$  e linear  $b$ .

Note que, comparando as equações 1 e 2, a variável  $t$  na eq. 1 deve ser equivalente a variável  $x$  na eq. 2, indicando o eixo  $x$  ou abscissa, e o  $x$  da eq. 1 equivalente a  $y$ , indicando o eixo  $y$  ou coordenado. Neste caso, devemos perceber ainda que, o coeficiente angular deve ser a velocidade do objeto  $v_x$  e o coeficiente linear sua posição inicial  $x_0$ .

Definido o que será representado por cada eixo, devemos agora escolher uma melhor escala para então distribuir os pontos. Em uma escala linear, feita utilizando um papel milimetrado, esta deve ser igualmente espaçada, conter o mesmo número de algarismos significativos dos valores medidos e, preferencialmente, múltiplos de 2, 5, 10, 20, etc, (podendo mudar a potência de 10), sendo que a melhor escala irá depender dos pontos experimentais de cada eixo. Note que, o eixo horizontal e o vertical não precisam possuir a mesma escala, uma vez que podem possuir ordem de grandeza diferentes.

No exemplo indicado pela tabela 1, uma boa escala para o eixo horizontal, que será representado pelo tempo, seria variando de passos de 0,05 s, e para o eixo vertical, representado pela posição  $x$ , variando em intervalos de 5 mm. Sendo assim, os eixos do gráfico a ser construído pode ser representado de acordo com a figura 1. Note que cada eixo tem seu nome e unidade de medida adequado, possui escala igualmente espaçada e no eixo horizontal será inserido os dados do tempo médio.

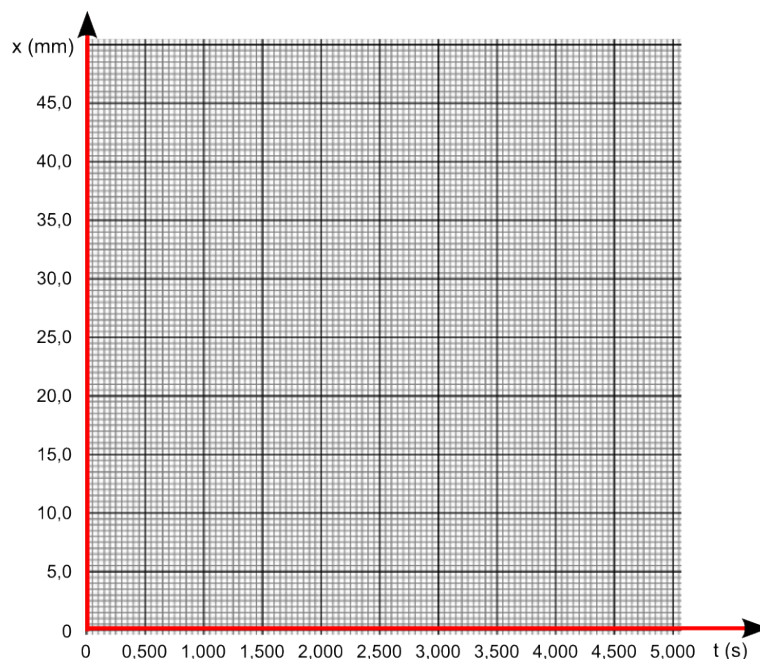


Figura 1: Distribuição da escala nos eixos do gráfico a ser construído a partir da tabela 1.

Com os eixos devidamente determinados, os pontos experimentais podem então ser distribuídos seguindo a escala definida nos eixos como mostrados na figura 2. Note que nos eixos, os valores dos pontos experimentais NÃO são indicados.

Finalmente, com os pontos distribuídos, é necessário agora analisar o gráfico. Como vimos anteriormente, a lei física que rege os dados experimentais medidos, de acordo com o MRU, pode ser representado pela equação de uma reta do tipo  $y = ax + b$ . Esta reta pode ser obtida a partir de um processo conhecido como regressão linear, ou de uma forma simplificada, pode ser obtida por uma inspeção dos pontos no gráfico e ser traçada de forma que se ajuste melhor em todos os pontos. Esta reta, não precisa passar exatamente por cima de todos os pontos. Importante destacar neste ponto que os pontos experimentais NÃO podem nunca ser simplesmente ligados, a não ser quando expressamente indicados no gráfico e a título de melhor visualização do comportamento dos mesmos. Isto porque, ao traçar uma curva sobre o gráfico, presume-se que a equação que a rege é conhecida e deve ser então indicada. No presente gráfico (figura 3) a curva traçada (representada pela reta), pode ter seus coeficientes angulares e lineares facilmente determinados diretamente a partir de uma inspeção mais cuidadosa.

Para determinar o coeficiente linear, basta observarmos onde a reta traçada toca o eixo vertical, que neste caso, é o ponto 0. Já o coeficiente angular pode ser determinado a partir da escolha na reta dois pontos quaisquer, no exemplo, os pontos P1 e P2 com coordenadas:  $P1(1, 5; 13)$  e  $P2(4; 35)$ . Note que os pontos escolhidos NÃO são nenhum dos pontos experimentais obtidos, uma vez que a reta traçada não toca necessariamente todos os pontos. Com os pontos escolhidos, o coeficiente angular pode ser determinado pela equação 3:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}. \quad (3)$$

A partir dessa equação 3, podemos então determinar o coeficiente angular da reta traçada, sendo igual a 8,8. Assim, a equação da reta será:  $y = 8,8x + 0$ . Comparando esta equação com a equação 1, vemos que o coeficiente angular representa a velocidade linear do objeto e, portanto, será igual a:  $v_x = 8,8 \text{ m/s}$ . Note que neste ponto, o resultado não pode ser apresentado com o devido erro, pois o ajuste feito no gráfico foi feito manualmente. Caso fosse realizado através do processo de regressão linear, o erro para este parâmetro também poderia ser obtido.

## Referências

- [1] Ugucioni, J. C.; Tsuchida, J. E.; Lobato, R. L. M.; *Apostila de laboratório de física A e 1*.

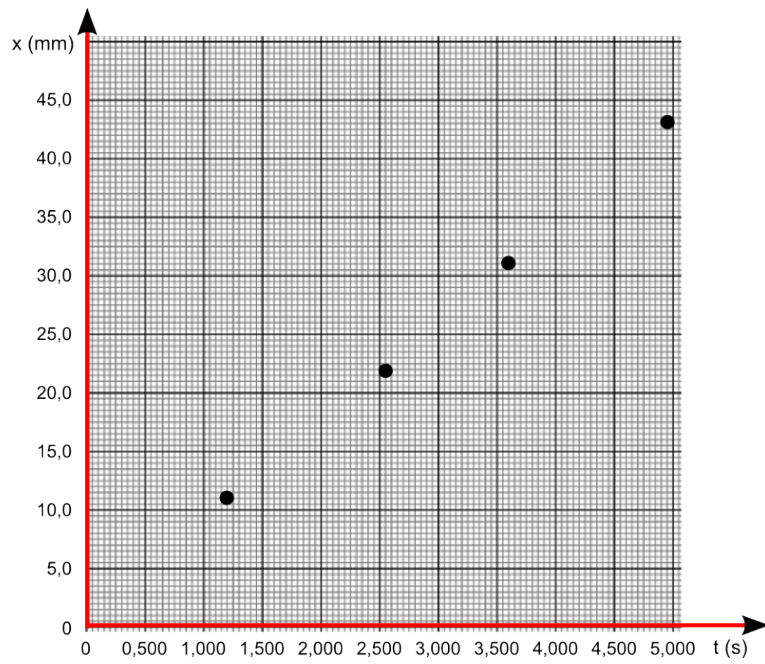


Figura 2: Distribuição dos pontos experimentais nos eixos do gráfico construído a partir da tabela 1.

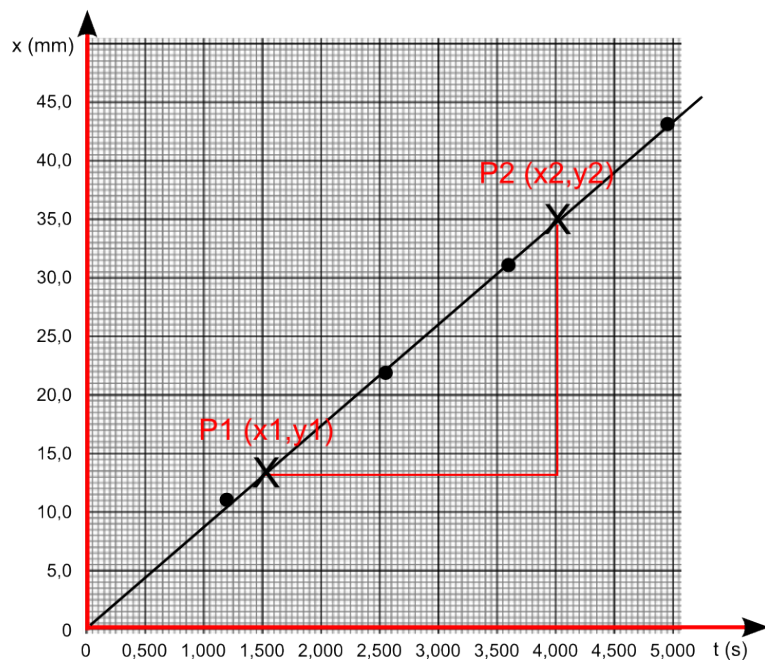


Figura 3: Ajuste dos pontos experimentais nos eixos do gráfico construído a partir da tabela 1.

- [2] Vuolo, J. H.; *Fundamentos da Teoria de Erros*, Edgard Blücher Ltda, São Paulo, 2a. Ed. (1996).
- [3] Santoro, A.; et al; *Estimativa e Erros em Experimentos de Física*, EdUERJ, Rio de Janeiro, 3a. Ed. (2013).